I Congresso Brasileiro de
Jovens Pesquisadores em
Matemática Pura e Aplicada

Um teorema do tipo Favard para os polinômios ortogonais no círculo unitário

Marisa de Souza Costa[*]

[*]Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia - FAMAT/UFU

Resumo

Dada uma medida positiva $\mu(\zeta) = \mu(e^{i\theta})$ no círculo unitário $\mathcal{C} = \{\zeta = e^{i\theta} : 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$, a sequência de polinômios ortogonais mônicos $\{S_n\}$ a ela associada é definida por

$$\int_{\mathcal{C}} \bar{\zeta}^j \, S_n(\zeta) \, d\mu(\zeta) = \int_0^{2\pi} e^{-ij\theta} \, S_n(e^{i\theta}) \, d\mu(e^{i\theta}) = 0, \quad 0 \leq j \leq n-1,$$

para todo $n \geq 1$. Denotando $\kappa_n^{-2} = ||S_n||^2 = \int_{\mathcal{C}} |S_n(\zeta)|^2 \, d\mu(\zeta)$, os polinômios ortonormais no círculo unitário são dados por $s_n(z) = \kappa_n \, S_n(z)$, $n \geq 0$.

O objetivo deste trabalho é apresentar um teorema semelhante ao Teorema de Favard, importante teorema da teoria de polinômios ortogonais na reta real. Mais especificamente, considerando a relação de recorrência

$$R_{n+1}(z) = [(1+ic_{n+1})z + (1-ic_{n+1})]R_n(z) - 4d_{n+1} z R_{n-1}(z), \quad n \geq 1,$$

com $R_0(z) = 1$ e $R_1(z) = (1 + ic_1)z + (1 - ic_1)$, onde $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ é uma sequência real e $\{d_n\}_{n=1}^{\infty}$ é uma sequência encadeada positiva com sequência de parâmetros minimal $\{m_n\}_{n=0}^{\infty}$, mostramos que existe uma única medida de probabilidade μ no círculo unitário em relação à qual os polinômios $R_n(z) - 2(1 - m_n)R_{n-1}(z)$, $n \geq 0$, são ortogonais. Além disso, observamos que se $\{M_n\}_{n=0}^{\infty}$ é a sequência de parâmetros maximal da sequência encadeada $\{d_n\}_{n=1}^{\infty}$, a medida μ possui um salto no ponto $z = 1$ cuja massa é M_0.

Este trabalho foi desenvolvido em conjunto com Daniel O. Veronese (ICTE/UFTM), Kenier Castillo (IBILCE/UNESP) e Alagacone Sri Ranga (IBILCE/UNESP).

Supported by CAPES and FAPEMIG.